Comme dans le cas précédent, nous en déduisons que le nombre A_p, dans le cas p = 3n + 2, est divisible par 7.

Exercice N°2

Questions	1	2	3-A	3-B
Réponses	A	a	c	b

Exercice N°3 Soit U la suite définie par $U_0 = 2$; $U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n}$

1) a-Montrons que $U_n \geq 1$ pour tout n de IN

On a : $U_0 = 2 \geq 1$

Supposons que la propriété " $U_p \geq 1$ " est vraie jusqu'à l'ordre n et montrons que : $U_{n+1} \geq 1$

$$U_{n+1} - 1 = 1 - \frac{1}{U_n} = \frac{U_n - 1}{U_n} \geq 0 \Rightarrow U_{n+1} \geq 1$$

Conclusion : $U_n \geq 1$ pour tout $n \in$ IN

b/ $$U_{n+1} - U_n = 2 - \frac{1}{U_n} - U_n = \frac{-(U_n^2 - 2U_n + 1)}{U_n} = \frac{-(U_n - 1)}{U_n} \leq 0$$

c/ $U_{n+1} - U_n \leq 0$ pour tout n de IN donc U est décroissante

U est décroissante minorée par 1 donc U est convergente

2° / $$W_n = 3 + \frac{1}{-1 + U_n}$$

a/ Nature de W

$$W_{n+1} = 3 + \frac{1}{-1 + U_{n+1}} = 3 + \frac{1}{-1 + 2 - \frac{1}{U_n}} = 3 + \frac{U_n}{U_n - 1}$$

$W_{n+1} = 3 + \frac{U_n - 1 + 1}{U_n - 1}$ d'où : $W_{n+1} = (3 + \frac{1}{U_n - 1}) + 1 \Rightarrow$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn